

Statystyka

Lista 4

Zadanie 1.

Podaj przedział ufności dla różnicy dwóch średnich w modelu normalnym o znanych wariancjach na poziomie ufności $1 - \alpha$. Uzasadnij jego postać.

Zadanie 2.

Wygeneruj $n_1 = 50$ i $n_2 = 50$ obserwacji z rozkładu

(a) normalnego z parametrem przesunięcia μ_1 i μ_2 oraz skali σ_1 i σ_2 , odpowiednio,

(i) $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 0, \sigma_2 = 1,$

(ii) $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 1, \sigma_2 = 1,$

(iii) $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 0, \sigma_2 = 2,$

(iv) $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 1, \sigma_2 = 2,$

(b) logistycznego z parametrem przesunięcia μ_1 i μ_2 oraz skali σ_1 i σ_2 , odpowiednio,

(i) $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 0, \sigma_2 = 1,$

(ii) $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 1, \sigma_2 = 1,$

(iii) $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 0, \sigma_2 = 2,$

(iv) $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 1, \sigma_2 = 2,$

(c) Cauchy'ego z parametrem przesunięcia μ_1 i μ_2 oraz skali σ_1 i σ_2 , odpowiednio,

(i) $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 0, \sigma_2 = 1,$

(ii) $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 1, \sigma_2 = 1,$

(iii) $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 0, \sigma_2 = 2,$

(iv) $\mu_1 = 0, \sigma_1 = 1; \mu_2 = 1, \sigma_2 = 2.$

Na tej podstawie wyznacz przedział ufności dla parametru $\mu_1 - \mu_2$ na poziomie ufności $1 - \alpha = 0.95$. Doświadczenie powtórz 10 000 razy. Oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznanego parametru przez przedział ufności. Przedyskutuj uzyskane wyniki.

Zadanie 3.

Podaj przedział ufności dla różnicy dwóch średnich w modelu normalnym o nieznanymi różnymi wariancjach na poziomie ufności $1 - \alpha$. Uzasadnij jego postać.

Zadanie 4.

Powtórz eksperyment numeryczny z zadania 2 dla wybranych konfiguracji. Na jego podstawie oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznanego parametru przez przedział ufności z zadania 3. Przedyskutuj uzyskane rezultaty.

Zadanie 5.

Podaj przedział ufności dla różnicy dwóch średnich w modelu normalnym o nieznanymi różnymi wariancjach na poziomie ufności $1 - \alpha$. Uzasadnij jego postać.

Zadanie 6.

Powtórz eksperyment numeryczny z zadania 2 dla wybranych konfiguracji. Na jego podstawie oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznanego parametru przez przedział ufności z zadania 5. Przedyskutuj uzyskane rezultaty.

Zadanie 7.

Podaj przedział ufności dla ilorazu dwóch wariancji w modelu normalnym o znanych średnich na poziomie ufności $1 - \alpha$. Uzasadnij jego postać.

Zadanie 8.

Powtórz eksperyment numeryczny z zadania 2. Na jego podstawie oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznanego parametru przez przedział ufności z zadania 7. Przedyskutuj uzyskane wyniki.

Zadanie 9.

Podaj przedział ufności dla ilorazu dwóch wariancji w modelu normalnym o nieznanach średnich na poziomie ufności $1 - \alpha$. Uzasadnij jego postać.

Zadanie 10.

Powtórz eksperyment numeryczny z zadania 2. Na jego podstawie oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznanego parametru przez przedział ufności z zadania 9. Przedyskutuj uzyskane wyniki.

Zadanie 11.

Powtórz eksperyment numeryczny z zadań 2, 4, 6, 8, 10, dla $n_1 = n_2 = 20$ i $n_1 = n_2 = 100$. Przedyskutuj uzyskane rezultaty w nawiązaniu do wcześniejszych wyników.

Zadanie 12.

Omów Metodę Delta [Patrz np. rozdział 4.3.2 i Twierdzenie 4.3.9 w Hogg i inni (2005)] oraz jej potencjalne zastosowanie do konstrukcji przedziałów ufności [Patrz np. str 328 w Hogg i inni (2005)].

Literatura

Hogg, R. V., McKean, J. W., Craig, A. T. (2005). *Introduction to Mathematical Statistics*. Pearson Education International, London.

Koronacki, J., Mielniczuk, J. (2009). *Statystyka dla studentów kierunków technicznych i przyrodniczych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.